

Розрахунково-графічна робота.

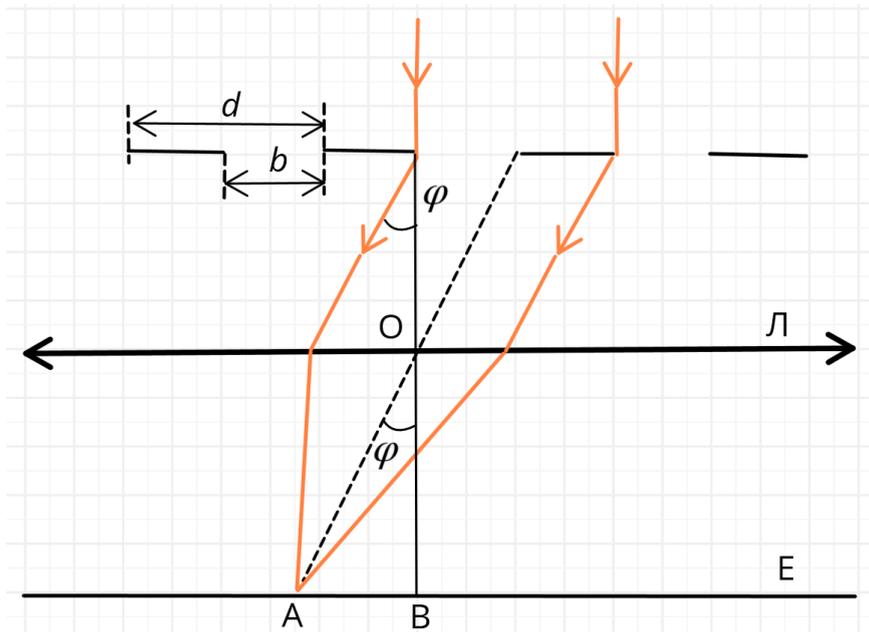
Тема «Дифракція світла»

1. Вираз для інтенсивності світла, що поширюється під кутом  $\varphi$  до нормалі має вигляд [1, с.130]

$$I_{\varphi} = I_0 \left( \frac{\sin u}{u} \right)^2 \cdot \left( \frac{\sin N\theta}{\sin \theta} \right)^2 \quad (1)$$

$$u = \pi \frac{b}{\lambda} \sin \varphi; \quad \theta = \pi \frac{d}{\lambda} \sin \varphi \quad (2)$$

де  $\varphi$  – кут відхилення променя світла від початкового напрямку поширення,  $I_0$  – інтенсивність світла, що проходить через одну щілину, коли  $\varphi=0$



X

F

Позначення: Л – лінза; Е – екран; F -фокусна відстань лінзи, x - координата точки, в якій спостерігається інтерференція хвиль.

Паралельні промені, що поширюються під кутом  $\varphi$  до нормалі решітки, після заломлення в лінзі перетнуться у фокальній площині лінзи в точці А, через яку проходить побічна оптична вісь лінзи АО, яка паралельна падаючим променям. Тому  $\angle AOB = \varphi$  і  $x = F \cdot \operatorname{tg} \varphi$ , відповідно

$$\varphi = \operatorname{arctg}\left(\frac{x}{F}\right). \quad (3)$$

Якщо вираз (3) підставити у формули (2), то формула (1) буде давати інтенсивність світла в точці екрану з координатою x:

$$u = \pi \frac{b}{\lambda} \sin(\arctg(\frac{x}{F})); \quad \theta = \pi \cdot \frac{d}{\lambda} \sin(\arctg(\frac{x}{F})) \quad (4)$$

$$I_{\varphi}(x) = I_0 \left( \frac{\sin u(x)}{u(x)} \right)^2 \cdot \left( \frac{\sin N \cdot \theta(x)}{\sin \theta(x)} \right)^2$$

Знайдемо  $I_c = I(0)$  - інтенсивність центрального головного максимуму.

Коли  $x \rightarrow 0$ , то  $u(x) \rightarrow 0$ ,  $\theta(x) \rightarrow 0$ . Тоді маємо

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin u(x)}{u(x)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{u(x)}{u(x)} = 1; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin N \cdot \theta(x)}{\sin \theta(x)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{N \cdot \theta(x)}{\theta(x)} = N$$

$$I(0) = I_0 \cdot N^2$$

Відносна інтенсивність  $I = I(x)/I(0)$ :

$$I(x) = \frac{I_{\varphi}(x)}{I(0)} = \frac{1}{N^2} \left( \frac{\sin u(x)}{u(x)} \right)^2 \cdot \left( \frac{\sin N \cdot \theta(x)}{\sin \theta(x)} \right)^2 \quad (5)$$

2. Параметри для розрахунку інтенсивності світла:

d, мкм	k = d/b	N	$\lambda$ , нм	F, см
9	2,0	4	425	160

Позначення: d - період ґрати;

k = d/b - відношення періоду d до ширини щілини b;

N - кількість щілин;

$\lambda$  - довжина світлової хвилі;

F - фокусна відстань лінзи.

Кути, під якими спостерігаються головні максимуми у дифракційній решітці, визначаються виразом

$$d \sin \varphi_m = m \lambda \quad m = (0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$

$$\sin \varphi_m = \frac{m \lambda}{d} \quad (6)$$

Координати точок на екрані, у яких спостерігаються головні максимуми, розраховуються за формулою

$$x_m = F \cdot \operatorname{tg} \varphi_m \quad (7)$$

Табл. 1 Значення  $\sin \phi_m$ , координат  $X_m$  та відносні інтенсивності  $I_m / I_0$  головних максимумів. Розрахункові формули – (6), (7), (4), (5)

m	0	1	2	3	4
$\sin(\phi)_m$	0,000	0,047	0,094	0,142	0,189
$X_m$ , см	0,000	7,564	15,179	22,898	30,776
$I_m/I_0$	1,000	0,405	0,000	0,045	0,000

3. Розподіл відносної інтенсивності в області між центральним та першим головними максимумами дифракції. Розрахункові формули – (2), (4), (5)

Табл. 2 Результати розрахунків відносної інтенсивності

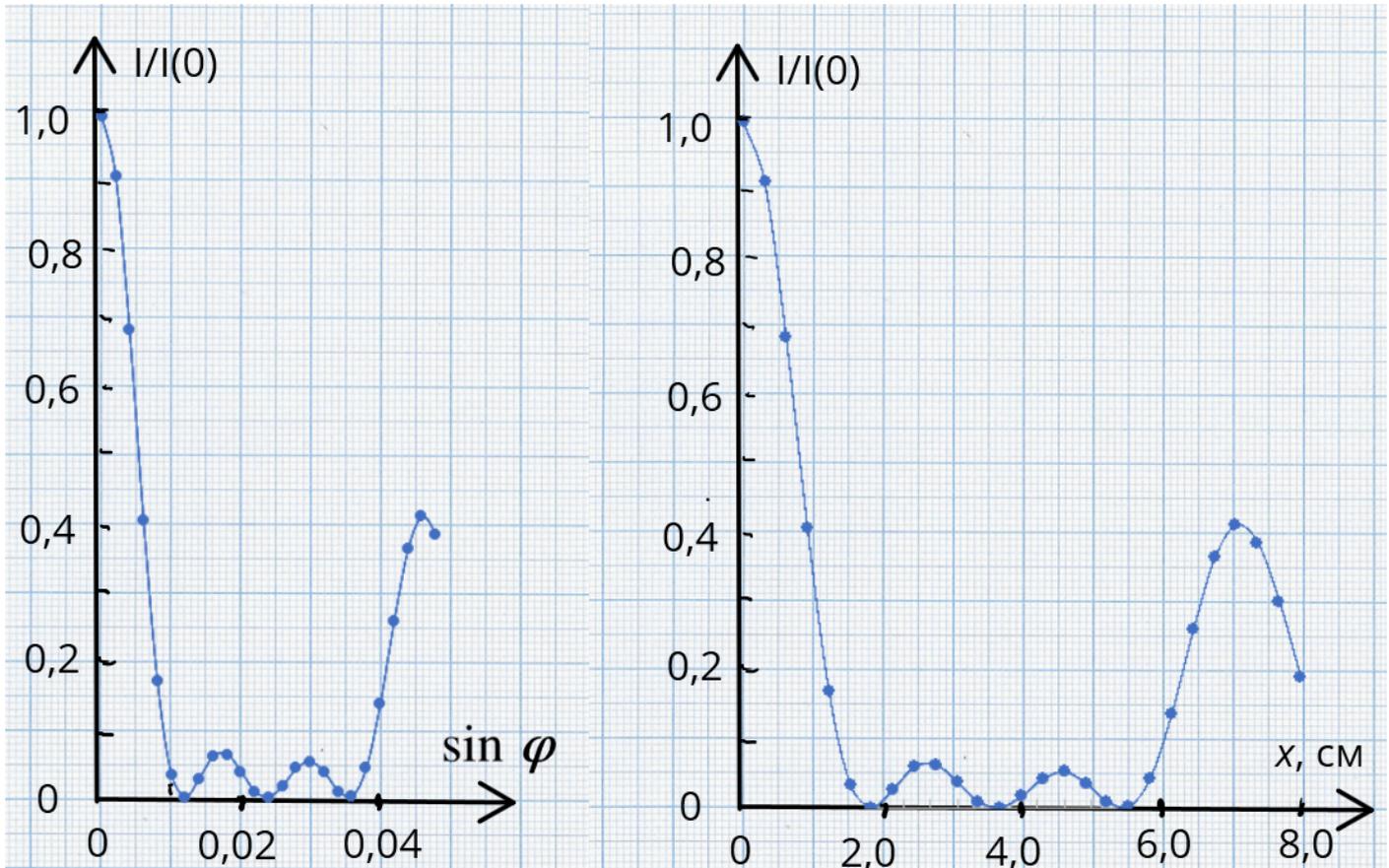
$\sin\phi$	0	0,00 2	0,00 4	0,00 6	0,00 8	0,01 0,01	0,01 2	0,01 4	0,01 6	0,01 8
u	0,00 0	0,06 7	0,13 3	0,20 0	0,26 6	0,33 3	0,39 9	0,46 6	0,53 2	0,59 9
$\theta$	0,00 0	0,13 3	0,26 6	0,39 9	0,53 2	0,66 5	0,79 8	0,93 1	1,06 4	1,19 8
x	0,00 0	0,32 0	0,64 0	0,96 0	1,28 0	1,60 0	1,92 0	2,24 0	2,56 1	2,88 1
$I/I(0)$	1,00 0	0,91 3	0,68 7	0,40 8	0,17 1	0,03 4	0,00 0	0,02 7	0,06 0	0,06 3

$\sin\phi$	0,02	0,02 2	0,02 4	0,02 6	0,02 8	0,03 0,03	0,03 2	0,03 4	0,03 6	0,03 8
u	0,66 5	0,73 2	0,79 8	0,86 5	0,93 1	0,99 8	1,06 4	1,13 1	1,19 8	1,26 4
$\theta$	1,33 1	1,46 4	1,59 7	1,73 0	1,86 3	1,99 6	2,12 9	2,26 2	2,39 5	2,52 8
x	3,20 1	3,52 1	3,84 2	4,16 2	4,48 3	4,80 4	5,12 4	5,44 5	5,76 6	6,08 7
$I/I(0)$	0,03 8	0,00 9	0,00 1	0,01 7	0,04 3	0,05 3	0,03 6	0,00 9	0,00 2	0,04 3

$\sin\phi$	0,04	0,04 2	0,04 4	0,04 6	0,04 8	0,05 0,05	0,05 2	0,05 4	0,05 6	0,05 8
u	1,33 1	1,39 7	1,46 4	1,53 0	1,59 7	1,66 3	1,73 0	1,79 6	1,86 3	1,92 9
$\theta$	2,66 1	2,79 4	2,92 7	3,06 0	3,19 3	3,32 6	3,45 9	3,59 3	3,72 6	3,85 9
x	6,40 9	6,73 0	7,05 1	7,37 3	7,69 5	8,01 7	8,33 9	8,66 1	8,98 4	9,30 6

I/I(0)	0,13	0,25	0,36	0,41	0,38	0,30	0,19	0,09	0,02	0,00
)	7	9	4	2	7	1	0	2	8	2

Графіки розподілу відносної інтенсивності



#### 4. Розрахунок роздільної здатності ґратки

m	f, 1/мм	$\lambda$ , мкм	$\Delta\lambda$ , Å	L, мм
2	180	0,45	1,0	10

Позначення: m - порядок спектра;

f - кількість щілин на 1 мм довжини ґрати;

$\lambda$  - довжина світлової хвилі;

$\Delta\lambda$  - спектральна ширина пучка;

L - довжина ґратки

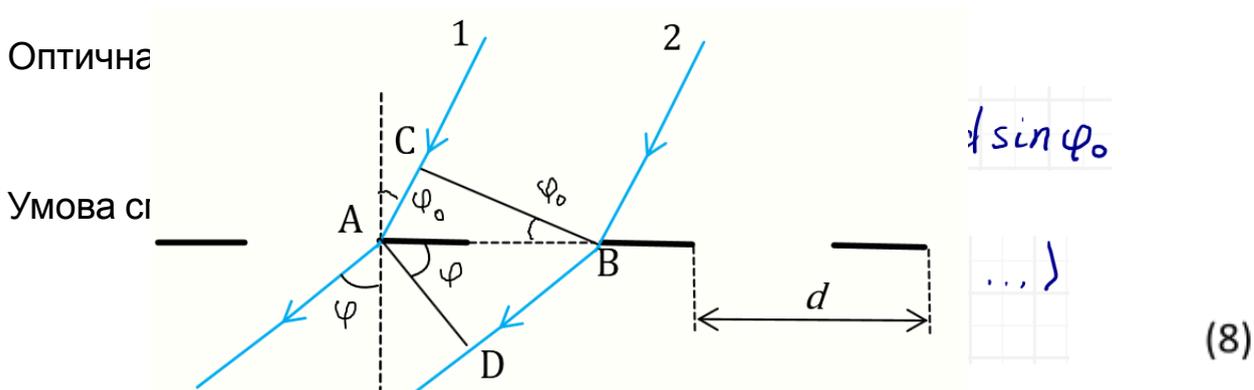
З формули Релея для роздільної здатності дифракційної решітки знайдемо різниці довжин хвиль  $\delta\lambda$  ліній [1, с.137], які будуть видні окремо на цій решітці

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = Nm = m f L$$

$$\delta\lambda = \frac{\lambda}{m f L} = \frac{0,45 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 180 \cdot 10} = 1,25 \cdot 10^{-10} \text{ м} = 1,25 \text{ Å}$$

Отже  $\delta\lambda > \Delta\lambda$  і лінії с довжинами хвиль  $\lambda$  та  $\lambda + \Delta\lambda$  будуть сприйматися як одна

## 5. Похиле падіння променів на решітку



Кути  $\phi$ , які задовольняють цьому рівнянню, визначають кутове положення головних дифракційних максимумів

6. Значення кутів  $\phi_m$  для всіх максимумів, що спостерігаються:

d, мкм	$\lambda$ , мкм	$\phi_0$
2,6	0,44	35°

d - період ґратки;  $\lambda$  - довжина світлової хвилі;  $\phi_0$  - кут падіння променів

З формули (8) маємо:

$$\sin \phi = \sin \phi_0 + \frac{m \lambda}{d} \quad \phi_m = \arcsin \left( \sin \phi_0 + \frac{m \lambda}{d} \right)$$

Табл. 3 Порядки m та значення кутів  $\phi_m$  для всіх максимумів, що спостерігаються.

m	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$\sin(\phi)_m$	-0,985	-0,849	-0,713	-0,577	-0,441	-0,305	-0,169	-0,034	0,102
$\phi_m^\circ$	-80,0	-58,1	-45,5	-35,2	-26,2	-17,8	-9,8	-1,9	5,9

m	9	10	11	12	13	14
$\sin(\phi)_m$	0,238	0,374	0,51	0,646	0,782	0,918
$\phi_m^\circ$	13,8	22,0	30,7	40,2	51,4	66,6

## Література

1. Кучерук І.М., Горбатюк І.Т. Загальний курс фізики Т.3 Київ: Техніка, 1999. 511с.

